Tutorial de Matlab IV. Polinomios

December 24, 2008

Matlab es un programa de Cálculo Numérico. Tiene ciertas funcionalidades de cálculo simbólico pero no está preparado ni pensado para hacer integrales y derivadas. Sí hay objetos simbólicos manipulables desde el punto de vista numérico: los desarrollos en serie de funciones. Un polinomio puede expresarse como desarrollo en serie de la base polinómica usual. Por ejemplo el polinomio

$$p(x) = x^3 + 2x^2 + 3$$

puede expresarse como

$$p(x) = \sum_i p_i x^i$$

Entonces una función puramente simbólica puede expresarse en forma de vector de coeficientes p_i. En Matlab cualquier vector es a la vez un polinomio. Por ejemplo, el vector [1,2,0,3] es a la vez el polinomio $x^3 + 2x^2 + 3$. Todas las operaciones propias de polinomios se realizaran mediante transformaciones con sus coeficientes, por ejemplo, si queremos multiplicar dos polinomios:

$$p(x) = x^3 + 2x^2 + 3$$

$$q(x) = x + 1$$

```
>> p=[1,2,0,3];
>> q=[1,1];
>> conv(p,q)
ans =

     1     3     2     3     3
```

Algunas funciones para la manipulación de polinomios interesantes son:

poly Genera un vector de coeficientes dado un vector de raíces

roots Encuentra las raíces de un polinomio

polyval Obtiene el valor del polinomio dado un punto

conv Obtiene los coeficientes producto de dos polinomios

deconv Obtiene el resultado de la división polinómica

polyfit Genera un modelo polinómico de regresión dadas dos series de datos por mínimos cuadrados.

polyderiv Deriva un polinomio dados sus coeficientes

polyinteg Integra un polinomio dados sus coeficientes

Con estas funciones deberíamos ser capaces de realizar cualquier operación posible mediante polinomios.

1 Ejercicio

Dada la siguiente serie de datos:

x	y
10	0.01
20	0.4
30	0.5
40	0.56
50	0.6
60	0.61
70	0.51
80	0.42
90	0.31

Dar los coeficientes de un modelo cuadrático de la curva $y = f(x)$ que ajusta los datos por mínimos cuadrados. Dar el punto en el que el modelo alcanza un valor máximo, los ceros de la función y el valor de la integral de $f(x)$ entre 5 y 75 .

2 Ejercicio

Puede que en algunos casos nos sea imposible invertir una función y necesitamos hallarla a toda costa. Esto es debido a que la inversa de una función puede tener discontinuidades o tener una forma demaisado compleja para incluso un programa de cálculo simbólico. Supongamos por ejemplo la función:

$$M\left(1+\frac{1}{(1+M^2)}\right)^{0.23} = k$$

¿Es posible encontrar una función M que dependa sólo de k? La respuesta es sí y no. Podemos encontrar fácilmente una aproximación a la función para un intervalo pequeño de M o k, en este caso $M \in [0,1]$, gracias a los mínimos cuadrados.

El primer paso es obtener una tabla de los valores de k en función de M. Con cien valores es más que suficiente. Ahora dispondremos de dos vectores que habremos llamado k y M respectivamente. Para comprobar que el resultado es correcto este es el aspecto de la curva.

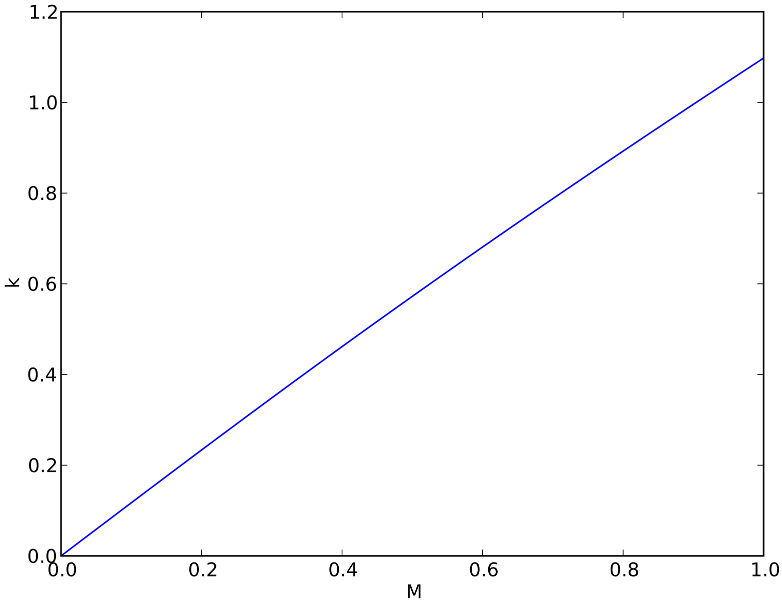

Figure 1: Curva de k en función de M

La curva resultante es casi una recta y se puede aproximar con precisión mediante una parábola. Para ello ajustaremos la serie de datos obtenida anteriormente por mínimos cuadrados y llegaremos a un polinomio $M = p(k) = C_0 + C_1 k + C_2 k^2$, concretamente al vector de coeficientes. Acabamos de encontrar la aproximación a su inversa en $M \in [0, 1]$. Para comprobar la validez de esta aproximación representaremos el error de la misma

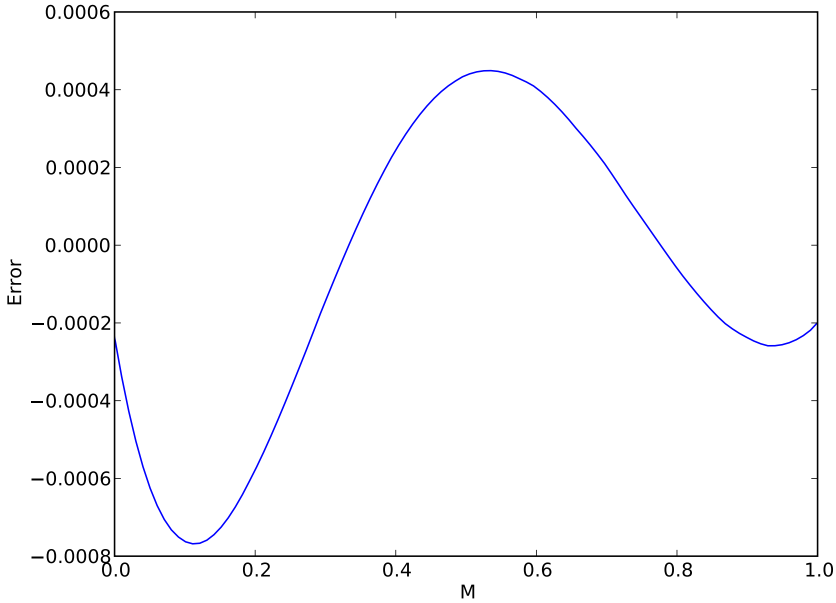

Figure 2: Error de la aproximación cuadrática

Como puede comprobarse el error es varios ordenes de magnitud menor al valor de la función. Este método puede utilizarse siempre, la limitación será debida al aumento del error a medida que la función presente un carácter *extraño*.